



MODELANDO O CRESCIMENTO DA CANA-DE-AÇÚCAR POR MEIO DE MODELOS NÃO-LINEARES

Marcos Vinicius de Oliveira Peres¹, Reny Adilmar Prestes Lopes¹ e Weriton Florentino da Silva³

¹Departamento de Engenharia Agrícola - Universidade Estadual de Maringá

²Engenheiro Agrícola

RESUMO

Modelos de regressão não-linear são extensivamente usadas para descrever crescimento, devido principalmente a interpretação prática dos parâmetros do modelo. Nesse trabalho apresentamos uma comparação do ajuste de quatro diferentes modelos não-lineares aplicados a dados de crescimento de cana-de-açúcar. Estimativas são obtidas via inferência Bayesiana. Dentre os critérios adotados para definir o modelo com melhor ajuste, conclui-se que o modelo de regressão não-linear de Richards se adequou melhor aos dados.

Palavras chave: Modelos de crescimento, curva de Richards, cana-de-açúcar, inferência Bayesiana.

1 OS DADOS

Os dados foram coletados a partir de um experimento realizado em uma área de produção de cana-de-açúcar (Fazenda Dalsasso) da USAÇÚCAR – Usina de Açúcar, Álcool e Energia Elétrica S/A, localizada no município de Cidade Gaúcha – PR, Brasil, em Latossolo Vermelho Distrófico (BHERING et al., 2007) e clima subtropical úmido, com verões quentes (Cfa).

Foi avaliado a variedade RB866928 de cana-de-açúcar, plantada mecanicamente em maio de 2008, tendo a correção do solo feita com calcário dolomítico, adubação

química no sulco de plantio com 400kg ha⁻¹ de NPK (04-20-20) e uma adubação de cobertura de 160 kg ha⁻¹ de sulfato de amônia.

Após aproximadamente 30 dias do primeiro corte da cana foram realizadas medidas das alturas das plantas, e a partir desses mais 5 medidas foram feitas no período de 8 meses, durante esse período foram recolhidas 480 medidas. Essas observações foram realizadas em uma área de 30m × 50m, e as amostras foram escolhidas aleatoriamente.

2 MODELOS DE CRESCIMENTO

Nesse trabalho foram utilizados quatro modelos não-lineares de crescimento para verificar o que melhor descreveu a curva de crescimento média do da lavoura. Os modelos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Curvas de crescimento

Modelos	Forma Geral
Logístico	$Y_i = \beta_1 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{1 + \beta_3 \exp(-\beta_4 t)}$
Gompertz	$Y_i = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1)(\exp(-\beta_3 \exp(-\beta_4 t)))$
Von Bertalanffy	$Y_i = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1)(1 - \beta_3 \exp(-\beta_4 t))^3$
Richards	$Y_i = \beta_1 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{(1 + \beta_3 \exp(-\beta_4 t))^{1/m}}$

Esses quatro modelos descrevem mudanças na variável Y (altura) em relação à idade t (tempo), onde:

- Y_i é a altura média da planta no tempo t ;
- β_1 é a assíntota inferior do modelo, representando a altura inicial;
- β_2 é a assíntota superior do modelo, interpretado como o altura assintótico ou a altura na maturidade da planta;
- β_3 é uma constante de integração, relacionada a altura inicial da planta e sem uma interpretação biológica clara;
- β_4 é interpretado como taxa de maturação, deve ser entendida como indicador da velocidade com que a planta se aproxima do seu tamanho adulto, maiores valores de β_4 indica que a planta atingi o tamanho máximo mais cedo;
- m é o parâmetro que afeta o ponto de inflexão da curva.

Para estimar os parâmetros da curva utilizou-se o procedimento Bayesiano através do programa OpenBugs (SPIEGELHALTER et al., 2007), foi considerado que a variável resposta (Y_i) segue distribuição Normal. Sendo que para os parâmetros β_k , com $k = 1, 2, 3$ considerou-se uma *a priori* não informativa com distribuição normal, $\beta_k \sim N(0, 10^{-6})$, segundo parametrização OpenBugs. Para o parâmetro β_4 considerou-se uma *a priori* não informativa com distribuição Beta, $\beta_4 \sim Beta(1, 1)$ e para o parâmetro m uma *a priori* não informativa com distribuição gama, $m \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$.

Inferências sobre as distribuições marginais *a posteriori* para todos os parâmetros foram no programa OpenBugs, para isso, foram gerados 60.000 de amostra em um processo MCMC, considerando um descarte amostral dos 10.000 valores iniciais e

realizando saltos a cada 10 amostras, obtendo assim uma amostra final com 5.000 valores gerados. A convergência das cadeias de todos os parâmetros foram analisado no programa R (R Core Team, 2014), após serem exportadas e testadas por meio do pacote CODA (PLUMMER et al., 2006) considerando o critério de Heidelberger (H_0 : convergência da cadeia) (HEIDELBERGER; WELCH, 1983).

Considerou-se para os parâmetros em nível de 5% de significância intervalos de maior densidade a posteriori (HPD, do inglês *Highest Posterior Density*), e como critério para escolha da curva de melhor ajuste considerou-se o valor do DIC e da log-pseudo verossimilhança marginal (LMPL, do inglês *log pseudo marginal likelihood*), além da interpretação biológica dos parâmetros.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As estimativas e os critérios de seleção para cada parâmetro e ainda os valores do DIC e da LPML são apresentadas na Tabela 2. E as curvas ajustadas as alturas das plantas são apresentadas na Figura 1.

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros, seus respectivos intervalos HPD e critério de convergência, e critérios de seleção.

Modelos		Medianas a posteriori	Intervalos HPD 95/%	Critérios de Seleção		
				Critério de Convergência p-valor HW	DIC	LPML
Logístico	β_1	293,60	(290,10; 297,90)	0,501	3974,0	-2326,1
	β_2	21,29	(18,61; 24,18)	0,609		
	β_3	236,00	(200,80; 276,60)	0,148		
	β_4	0,03511	(0,0339; 0,0362)	0,075		
Gompertz	β_1	318,40	(313,00; 327,00)	0,237	3926,0	-2329,0
	β_2	25,48	(22,55; 32,97)	0,070		
	β_3	24,05	(21,41; 25,06)	0,061		
	β_4	0,0220	(0,0208; 0,0225)	0,088		
Von Bertalanffy	β_1	403,90	(390,10; 423,20)	0,212	4159,0	-2324,4
	β_2	30,19	(27,78; 34,81)	0,503		
	β_3	1,69	(1,72; 1,88)	0,188		
	β_4	0,01149	(0,0109; 0,0119)	0,225		
Richards	β_1	288,10	(284,10; 291,80)	0,079	3832,0	-2335,6
	β_2	32,07	(29,12; 34,91)	0,263		
	β_3	49,54	(32,63; 54,31)	0,566		
	β_4	0,0340	(0,0324; 0,0355)	0,184		
	m	0,3139	(0,2466; 0,3732)	0,179		

Nota-se que dentre os modelos o que apresentou menor DIC (diferença absoluta maior que 100 para os valores dos outros modelos) foi o modelo Richards, entretanto ele não apresenta o maior LPML. O menor valor de LPML é referente ao modelo Von Bertalanffy. Contudo, o valor do DIC referente ao modelo Von Bertalanffy é muito maior que os outros, e ainda observando a Figura 1 tem-se que a sua curva ajustada considerando esse modelo, não representa adequadamente as alturas médias das plantas. Ainda, sobre o modelo Von Bertalanffy temos que o valor estimado para o parâmetro β_1 é inconsistente do ponto de vista biológico.

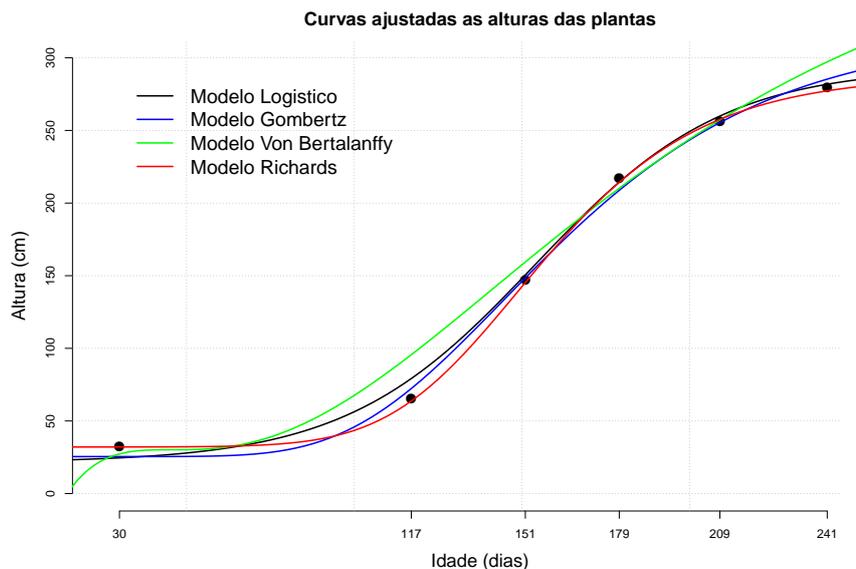


Figura 1: Curvas não-lineares ajustadas as alturas das plantas.

4 CONCLUSÕES

Nesse trabalho observou-se que para os dados apresentados o modelo não-linear que melhor se adequou aos dados de crescimento da cana-de-açúcar foi o modelo de Richards. O modelo de Gompertz apresentou estimativas médias adequadas ao contexto biológicos dos dados, contudo considera-se o modelo de Richards mais adequado devido os critérios de seleção.

Referências

BHERING, S. B. et al. **Mapa de solos do Estado do Paraná**. Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 2007. 73 p. (Embrapa Solos. Documentos, 96). Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/handle/doc/339505>.

HEIDELBERGER, P.; WELCH, P. D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. **Operations Research**, INFORMS, v. 31, n. 6, p. 1109–1144, 1983.

PLUMMER, M.; BEST, N.; COWLES, K.; VINES, K. Coda: Convergence diagnosis and output analysis for mcmc. **R News**, v. 6, n. 1, p. 7–11, 2006. Disponível em: <http://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2014. Disponível em: <http://www.R-project.org/>.

SPIEGELHALTER, D.; THOMAS, A.; BEST, N.; LUNN, D. Openbugs user manual, version 3.0. 2. **MRC Biostatistics Unit, Cambridge**, 2007. Disponível em: <http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/>.